

Ecuaciones Diferenciales II Examen I

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen I

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2014/2015.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Parcial 1.

Fecha 17 de marzo de 2015.

Ejercicio 1. Se considera el problema $\dot{x} = g(x)$, $x(0) = 1$ donde

$$g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} & \text{si } x \geq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } x < 1. \end{cases}$$

Calcula su solución maximal ¿es única?

Ejercicio 2. Resuelve cada uno de los siguientes problemas:

a) $\dot{x} = x^{1/5}$, $x(0) = 0$

b) $x(t) = 2 + 4 \int_3^t x(s) ds$

c) $\dot{x} = tx$, $x(0) = 1$, $x(2) = 0$.

Ejercicio 3. Se considera una sucesión de funciones $\{f_n\}$ donde cada $f_n \in C^1([0, 1], \mathbb{R}^d)$ cumple

$$\|f'_n(t)\| \leq 7 \quad \text{para cada } t \in [0, 1].$$

Demuestra que la sucesión es equicontinua. ¿Es siempre uniformemente acotada?

Ejercicio 4. Se considera el problema de valores iniciales

$$(PC_1) \quad \dot{x} = x + f(t, x), \quad x(0) = x_0$$

con $f :]-1, 1[\times \mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}^d$ continua y acotada. Dado $\varepsilon \in]0, 1[$ se define la función

$$x_\varepsilon(t) = \begin{cases} e^t x_0 & \text{si } t \in [-\varepsilon, \varepsilon] \\ e^t x_0 + \int_\varepsilon^t e^{t-s} f(s, x_\varepsilon(s)) ds & \text{si } t \in]\varepsilon, 1[\\ e^t x_0 + \int_{-\varepsilon}^t e^{t-s} f(s, x_\varepsilon(s)) ds & \text{si } t \in]-1, -\varepsilon[. \end{cases}$$

Demuestra que existe una sucesión $\{\varepsilon_n\}$ de manera que x_{ε_n} converge uniformemente en $] -1, 1[$ a una solución de (PC_1) .

Ejercicio 5. Sea $f_n : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto f_n(x, y)$ una sucesión de funciones que cumplen

$$|f_n(x, y)| \leq 2 \quad \text{para cada } n \in \mathbb{N}, (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Demuestra que existe un subconjunto denso D de $\mathbb{R}^2$, una función $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ y una sucesión parcial $\{f_{\sigma(n)}\}$ tales que $f_{\sigma(n)}$ converge a f puntualmente en el conjunto D .